
Producto 3 para SUPEN y SUGESE.
**Nota Técnica sobre la proyección de la mortalidad de
Costa Rica 2025-2150 y generación de tablas dinámicas**

**Centro Centroamericano de Población CCP
de la
Universidad de Costa Rica**

**San José, Costa Rica
Diciembre de 2025**

Reconocimiento

Este producto fue preparado principalmente por Gilbert Brenes Camacho, Profesor Catedrático de la Universidad de Costa Rica, con el apoyo de las asistentes Pamela Argueta Dimas y María Paula Cortés Cascante. El estudio se efectuó en el Centro Centroamericano de Población (CCP) de la Universidad de Costa Rica contratado por la Superintendencia de Pensiones (SUPEN). El documento fue revisado por el M.Sc. Jorge Barquero Barquero, Director del CCP y Profesor Catedrático de la Escuela de Sociología.

Introducción

Desde 2012, el Centro Centroamericano de Población (CCP) y la Superintendencia de Pensiones (SUPEN) han venido acordando la producción de tablas de vida dinámicas como insumo para los análisis actuariales de la SUPEN. La Superintendencia General de Seguros (SUGESE) también ha usado estas tablas dinámicas para sus labores de supervisión y análisis. Estas tablas dinámicas parten de procedimientos estadísticos y demográficos de proyecciones de tasas de mortalidad. Este documento detalla los procedimientos utilizados para obtener las probabilidades de muerte q_x requeridas por la SUPEN y la SUGESE, así como para calcular un conjunto adicional de q_x ajustadas por estrés actuarial que requiere la SUGESE.

Contexto

Las proyecciones de mortalidad estimadas en 2024 requieren considerar el contexto de la pandemia por COVID-19 que afectó a Costa Rica y a la mayoría de los países del mundo durante 2020 y 2021. Las tablas de vida de período para 2015-2019, 2020-2021 y 2022-2023 mostraron claramente los comportamientos en las tendencias en la esperanza de vida en Costa Rica:

- a) La caída en la esperanza entre el quinquenio prepandemia y los años de la pandemia fue más fuerte entre los hombres que entre las mujeres.
- b) La mortalidad entre los hombres ya había aumentado incluso en el período 2015-2020 al compararse con el período 2010-2015, debido sobre todo a causas de muerte externas (como accidentes de tránsito, homicidios, e intoxicaciones).
- c) La esperanza de vida al nacimiento y a la edad 65 vuelve a crecer en 2022-2023, pero aún no llega a los niveles del período prepandemia.

Si se tomaran en cuenta las tasas anuales de mortalidad ocurridas entre 2020 y 2023 como insumos para los métodos estadísticos de series cronológicas, se esperarían tendencias poco realistas en el crecimiento proyectado de la esperanza de vida. Inclusive, dada la reducción en la esperanza de vida de los hombres entre 2010-2015 y 2015-2020, las esperanzas de vida para este grupo mostrarían una tendencia de decrecimiento en el futuro en lugar del crecimiento que generalmente se espera debido al progreso en tecnologías de la salud y el mejoramiento de las condiciones socioeconómicas de la población.

En un análisis que el CCP realizó para el INEC (INEC, 2024), se analizó la esperanza de vida histórica en 4 países europeos que contaban con estadísticas vitales de buena calidad, que experimentaron la pandemia de la gripe rusa –alrededor de 1889– y de la gripe española –alrededor de 1918– (Brüssow, 2011; Holmberg, 2017), y que su población no se vio afectada mayormente por las Guerras Mundiales de 1914-1918 y 1939-1945: Suiza, Suecia, Noruega y Dinamarca (Ver Anexo 1). Los datos se obtuvieron del Human Mortality Database HMD (Max Planck Institute for Demographic Research, University of California Berkeley & French Institute for Demographic Studies, 2021). Las tendencias históricas muestran que:

- a) La esperanza de vida al nacer se recuperó entre 2 a 5 años después de iniciada la sobremortalidad por las epidemias de influenza.
- b) La proyección de la esperanza de vida con el modelo Lee-Carter tiene un mejor ajuste con los niveles realmente ocurridos si el último año de los datos con los que se estima el modelo corresponde a entre uno o dos años antes de la crisis sanitaria (1887-1888 para la gripe rusa y 1916-1917 para la gripe española).

Como ya se estableció, las tablas de vida para Costa Rica muestran que las esperanzas de vida al nacer y a la edad 65 vuelven a crecer a partir de 2022-2023, pero todavía no recuperan el nivel prepandemia. Las tablas de vida entregadas en el producto 2 para SUPEN y SUGESE (CCP, 2024) han permitido calibrar mejor el período base con el que se estima el modelo estadístico-demográfico. Por esta razón, para la proyección de mortalidad se utiliza una condición muy fuerte que condiciona los resultados pero que se basa en el análisis histórico anteriormente mencionado:

Condición básica de la proyección: Se toman los datos históricos hasta el año 2019, para estimar el modelo, y la primera serie de tasas proyectadas empieza en 2025.

En otras palabras, si el último año t_u usado para la estimación del modelo fue 2019, el primer año proyectado t_u+1 no corresponde a 2020 sino que se traslada a 2025. Esta condición básica conlleva los siguientes supuestos:

- a) Las tasas de mortalidad del 2025 serían muy similares a las tasas de mortalidad de 2019.
- b) El período 2020-2024 se considera como un tiempo que no influye en la proyección de la mortalidad

En resumen, se decidió utilizar las series de datos de mortalidad para Costa Rica de 1950 a 2019 (último año antes de la pandemia) para pronosticar el comportamiento futuro a partir de 2025, excluyendo el período pandémico. Este período de 5 años coincide con lo observado en la historia de los países europeos que experimentaron esta pandemia, y además es consistente con las estimaciones de esperanza de vida entregadas a la SUPEN correspondientes a los períodos 2015-2020, 2020-2022 y 2023.

El método de Lee-Carter para proyectar la mortalidad

El CCP ha venido empleando el método Lee-Carter (Lee & Carter, 1992; Lee, 2000) para proyectar la mortalidad para los requerimientos de la SUPEN y la SUGESE. Este método ha sido usado por investigadores y organizaciones para proyectar la mortalidad para distintos países (Booth, Tickle & Smith, 2005; García-Guerrero & Ordorica-Mellado, 2012; Lee, 2000;

Lee & Miller, 2001; Li, Lee & Tuljapurkar, 2004), debido a que se basa en una relación funcional relativamente fácil de especificar y que parametriza efectos tanto de edad como de período de ocurrencia. El método también fue usado, con un rango de edad y un período de proyección más limitados, por el INEC en las nuevas proyecciones de población (INEC, 2024).

El modelo Lee Carter se puede expresar como una relación lineal tal que el logaritmo de las tasas de mortalidad m_{xt} para la edad x y el año t está en función de dos vectores de parámetros que varían según la edad (a_x y b_x), un vector de parámetros que varía según el período (k_t) y un vector de error ε_{xt} que varía por edad y año:

$$\ln(m_{xt}) = a_x + b_x k_t + \varepsilon_{xt}$$

En la formulación original:

a_x es el promedio de los logaritmos de las tasas de mortalidad en cada edad x .

b_x indica el cambio de la mortalidad en la edad x que interactúa con la tendencia general en el tiempo.

k_t es un indicador general de la tendencia de la mortalidad en el año t .

ε_{xt} es el término de error que varía con la edad x y el tiempo t .

El método tradicional para estimar los parámetros es el de la descomposición de valores singulares (eigenvalues) de la matriz de tasas de mortalidad con una fila por edad y una columna por año. Para la estimación de los parámetros se usa la función *lca* del paquete *demography* de R (Hyndman, 2023).

En estimaciones anteriores, se escogió como insumo las tablas de vida por quinquenio disponibles en el sitio web del CCP (CCP, 2018) porque estas contenían menos ruido blanco tanto en función de la edad como en función del año. En esta ocasión, se decidió utilizar inicialmente toda la serie de datos para contar con más información. La serie original tiene edades de 0 a 115 años y del año 1950 al año 2019 (Se cuenta también con una serie de tasas de 2020 a 2023, pero que no se usaron para la estimación del modelo). Estas tasas fueron suavizadas usando la función *loess* del paquete *stats* (R Core Team, 2023). Las tasas de 90 años y más de 1950 a 2019 se estiman con la especificación equivalente al modelo Gompertz que se usó para estimar las tasas de mortalidad en las tablas de vida de período (CCP, 2024).

La selección de tasas anuales en lugar de las tasas por quinquenio permitió tomar otras decisiones metodológicas. En el informe anterior (CCP, 2018), se observaba en el Gráfico 1 que existen dos tendencias seculares en la función k_t : Una caída acelerada entre 1950 y hasta 1975/1977 aproximadamente, y una tendencia decreciente pero menos acelerada a partir de 1977. Debido a esto, se seleccionó el método de bms “Booth-Maindonald-Smith” que está incluido en la función *lca* del paquete *demography* para seleccionar una tendencia más representativa del período más reciente (Hyndman, 2023). Booth, Maindonald y Smith (2002) proponen estimar un modelo de regresión Poisson en el que el logaritmo de las defunciones por cada año y edad ($\ln[D_{xt}]$) está en función del logaritmo del tamaño de la

población por cada año y edad con un coeficiente restringido en uno ($\ln[N_{xt}]$)¹, una ecuación equivalente a la de Lee-Carter pero con un k_t ajustado (k'_t) y el término de error ajustado por k'_t :

$$\ln(D_{xt}) = \ln(N_{xt}) + a_x + b_x k'_t + \varepsilon'_{xt}$$

Dado que la regresión de Poisson es un modelo lineal generalizado, se puede usar la deviancia como un indicador de bondad de ajuste. En este modelo, la deviancia sería:

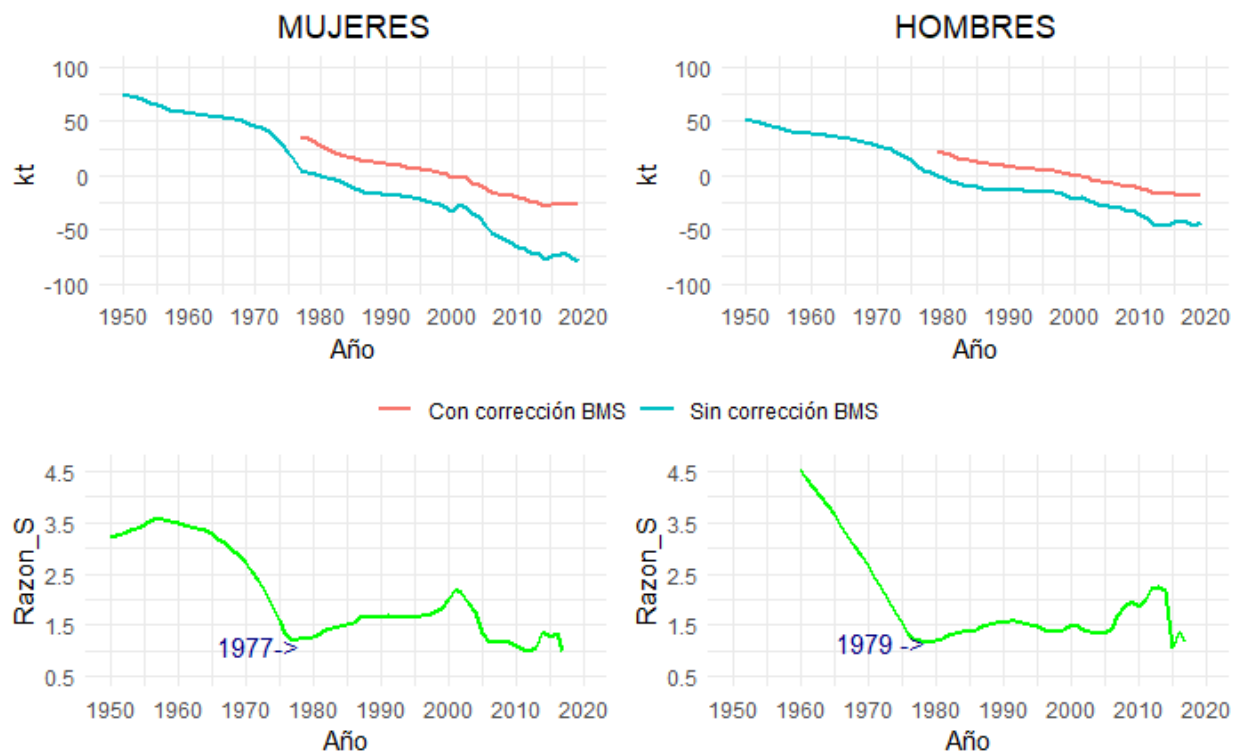
$$deviancia(t) = 2 * \sum_x \left\{ D_{xt} \ln \left[\frac{D_{xt}}{D'_{xt}} \right] - (D_{xt} - D'_{xt}) \right\}$$

Donde D'_{xt} son las defunciones predichas con el modelo ajustado de Booth, Maindonald y Smith, 2002, p.327).

En la inspección del período con el mejor ajuste, se utilizan dos deviancias: la deviancia-base y la deviancia total. La deviancia base se obtiene con las defunciones calculadas a partir de las k'_t estimadas con el método original de Lee-Carter. La deviancia total se obtiene con las defunciones calculadas a partir de k'_t ajustadas con un modelo lineal.

¹ En la jerga de modelos lineales generalizados, un término con coeficiente restringido a uno se conoce como un término de “offset”.

Gráfico 1. Tendencia de la función k_t para el período original y para el período óptimo y razón de deviancias $R(S)$, por sexo.



Se estima una razón de deviancias $R(S)$ tal que:

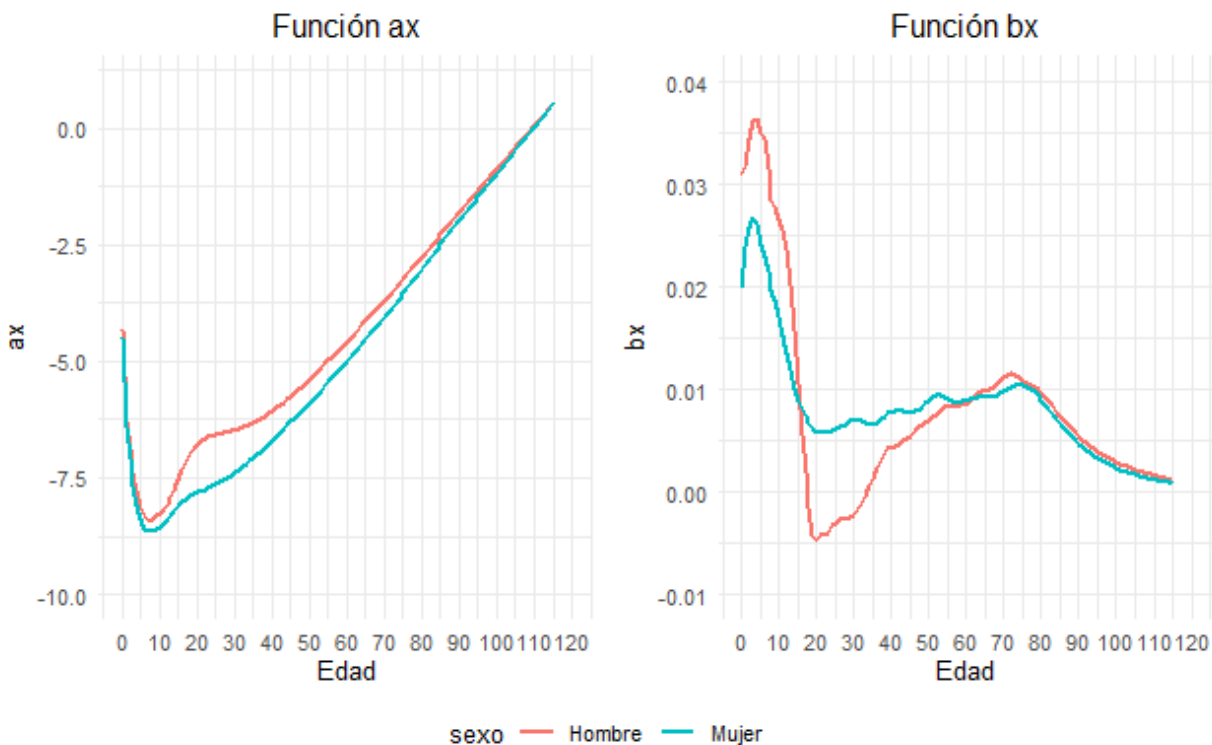
$$R(S) = \frac{\left\{ \frac{\text{deviancia. total}(S)}{n(m-2)} \right\}}{\left\{ \frac{\text{deviancia. base}(S)}{(n-1)(m-2)} \right\}}$$

donde m es la cantidad de años para la estimación del modelo. Se estima una razón $R(S)$ para distintos períodos, y se selecciona el año inicial del período de estimación S tal que el valor $R(S)$ sea mínimo o cercano al mínimo y lo más lejano al año final (en este caso, 2019). La función lca permite obtener los resultados del estadístico $R(S)$ para distintos períodos (Gráfico 1). Se obtiene una serie para hombres y para mujeres. De acuerdo con esta función, se selecciona 1977 como punto de partida para las mujeres y 1979 como punto de partida para los hombres². Se puede observar que 1977 y 1979 son los años “más lejanos” del año final (2019) en los que se llega a valores mínimos de $R(S)$. Nótese además que, al restringir

² Debido a este ajuste que se realiza, no es necesaria la solicitud del personal técnico de la SUPEN de modelar el término k_t con una función logarítmica porque el criterio de selección se basa en la mayor aproximación a una tendencia lineal en las k_t .

la estimación a un período con un descenso menos acelerado de la mortalidad, la curva k_t con corrección de BMS es más alta y con menor pendiente que la curva estimada sin la corrección de BMS (Gráfico 1).

Gráfico 2. Forma de las funciones a_x y b_x para hombres y para mujeres en el modelo Lee-Carter con corrección BMS, para Costa Rica, desde el año de corte del método BMS hasta 2019.



Nota: Año de corte es 1977 para hombres y 1980 para mujeres.

Los vectores de parámetros a_x y b_x muestran los comportamientos esperados en estas funciones (Gráfico 2). Mientras que la función a_x tiene la forma típica de cuchara de las tasas de mortalidad por edad, la función b_x muestra que la velocidad de cambio en la mortalidad es más fuerte en las edades antes de los 15 años. Además, ambos gráficos muestran que los hombres en general tienen mayor mortalidad que las mujeres en las edades adultas jóvenes (entre 15 y 35 años) –según la función a_x – y los hombres han tenido menos mejoras en sus tasas de mortalidad a través del tiempo en esas edades, pues los valores de b_x son inclusive negativos. Sin embargo, en la función b_x se observó una tendencia inestable de decrecimiento entre los 85 y los 110 años, y un crecimiento inesperado a partir de los 110 años de edad. Para solucionar esta inestabilidad (que generaba esperanzas de vida más altas que las esperadas en edades avanzadas), se suavizó la curva para que tuviera un decrecimiento relativo constante en las tasas de mortalidad a partir de los 86 años (el Gráfico 2 ya muestra este suavizamiento).

Cuando se tienen los parámetros a_x , b_x y k_t del modelo Lee-Carter, se ajusta un modelo Box-Jenkins para series cronológicas. Al lograr una tendencia lineal en la función k_t , el modelo tradicional utilizado para la predicción es un ARIMA de caminata aleatoria con deriva. Se estima los parámetros de este modelo ARIMA con la función auto.arima del paquete forecast

de R (Hyndman & Khandakar, 2008). Para hombres la disminución promedio y su error estándar son -0,9925 y 0,8950, respectivamente; para mujeres, son -1,5476 y 0,9975 respectivamente.

La estimación puntual de la tasa de mortalidad en cada edad se proyectó para cada año del periodo 2015-2150 con la siguiente fórmula:

$$\ln(m_{x,t+5+j}) = \ln(m_{x,t}) + b_x * j * \Delta_{k_t}$$

En donde j es el número de años para el que se proyecta, el tiempo t es la tasa correspondiente a 2019, t+5+1 corresponde a 2025, t+5+2 a 2026, y así sucesivamente. Recuérdese que, por la pandemia, se considera el período 2020-2024 como una especie de período atípico que no se toma en cuenta para calcular las estimaciones con las que se genera la proyección. Al igual que en el año anterior, todas las sumas toman de base el logaritmo de la tasa del último año (2019) para reproducir la tendencia a partir de ese año.

El modelo Lee-Carter es un método para proyecciones estocásticas, porque la estimación de caminata aleatoria con deriva permite contar con un error estándar para calcular bandas de confianza para las estimaciones tanto de las tasas de mortalidad como para las esperanzas de vida. Por ejemplo, suponiendo una distribución normal para los logaritmos de las tasas de mortalidad, el límite inferior (lim.inf) y el límite superior se pueden estimar de la siguiente forma:

$$\lim. \inf[\ln(m_{x,t+5+j})] = \ln(m_{x,t}) + b_x * (j * \Delta_{k_t} - 1.96 * \sqrt{j} * error. est(\Delta_{k_t}))$$

$$\lim. \sup[\ln(m_{x,t+5+j})] = \ln(m_{x,t}) + b_x * (j * \Delta_{k_t} + 1.96 * \sqrt{j} * error. est(\Delta_{k_t}))$$

El Gráfico 3 muestra estas bandas de confianza para la función k_t .

Gráfico 3. Proyección de la función k_t y sus bandas de confianza al 95%, por sexo.



A partir de la estimación de las tasas de mortalidad proyectadas, se calculan las funciones de la tabla de vida, en particular las q_x (probabilidades de muerte entre la edad x y $x+1$) y e_x (esperanzas de vida a la edad x). Al igual que como se hizo para las tablas de vida de período (CCP, 2024), las q_x se calcularon a partir de las m_x con la siguiente relación:

$$q_x = \frac{m_x}{1 + (1 - a_x)m_x}$$

Donde a_x es el tiempo promedio de vida dentro de cada edad para las personas que fallecen. Se usaron los mismos valores de a_x empleados en las tablas de vida de período: 0.5 para las edades entre 5 y 95 años; 0.10 para la edad 0; 0.45 para las edades superiores a 95 años, y los factores de separación de Greville para las edades 1, 2, 3 y 4: 0.41, 0.47, 0.48 y 0.48, respectivamente. Las esperanzas de vida se calcularon a partir de la relación con la función d_x :

$$e_x = \frac{T_x}{l_x} = \frac{\sum_x ((x + a_x)d_x)}{(\sum_x d_x)} - x$$

La esperanza de vida para el grupo abierto final (edad 115) se calcula tomando la estimación de la última tasa de mortalidad m_x :

$$e_{115} = 1/m_{115}$$

Esta esperanza de vida es equivalente al tiempo medio de vida restante a la misma edad (a_{115}).

El factor de ajuste para estrés actuarial

Una de las solicitudes expresas en la estimación de las tablas dinámicas preparadas para la SUPEN y la SUGESE es incorporar un conjunto de probabilidades de muerte ajustadas por estrés actuarial. Este tipo de ajuste es requerido en ciertos productos de seguros, y generalmente proyectan una mortalidad mayor al promedio.

La propuesta expresada en este documento es utilizar las propiedades de inferencia estadística del modelo Lee-Carter y la proyección a partir del modelo ARIMA de caminata aleatoria con deriva estocástica. En general, las bandas de confianza mencionadas anteriormente son poco empleadas por los usuarios, y su importancia en estos informes es aclarar el nivel de incertidumbre en las proyecciones.

Se propone entonces utilizar el percentil 95 de la distribución normal estándar para proyectar las tasas de mortalidad.

$$[\ln(m_{x,t+5+j})]^{ajust} = Percentil_{95}[\ln(m_{x,t+5+j})]$$

$$[\ln(m_{x,t+5+j})]^{ajust} = \ln(m_{x,t}) + b_x * (j * \Delta_{k_t} + z_{0.95} * \sqrt{j} * error.est(\Delta_{k_t}))$$

$$[\ln(m_{x,t+5+j})]^{ajust} = \ln(m_{x,t}) + b_x * (j * \Delta_{k_t} + 1.645 * \sqrt{j} * error.est(\Delta_{k_t}))$$

Recuérdese que, si se tomara el percentil 50, que es equivalente a cero, las tasas proyectadas son equivalentes a las estimaciones puntuales descritas anteriormente.

$$[\ln(m_{x,t+5+j})] = Percentil_{50}[\ln(m_{x,t+5+j})]$$

$$[\ln(m_{x,t+5+j})]^{ajust} = \ln(m_{x,t}) + b_x * (j * \Delta_{k_t} + z_{0.50} * \sqrt{j} * error.est(\Delta_{k_t}))$$

$$[\ln(m_{x,t+5+j})]^{ajust} = \ln(m_{x,t}) + b_x * (j * \Delta_{k_t} + 0 * \sqrt{j} * error.est(\Delta_{k_t}))$$

$$[\ln(m_{x,t+5+j})] = \ln(m_{x,t}) + b_x * j * (\Delta_{k_t})$$

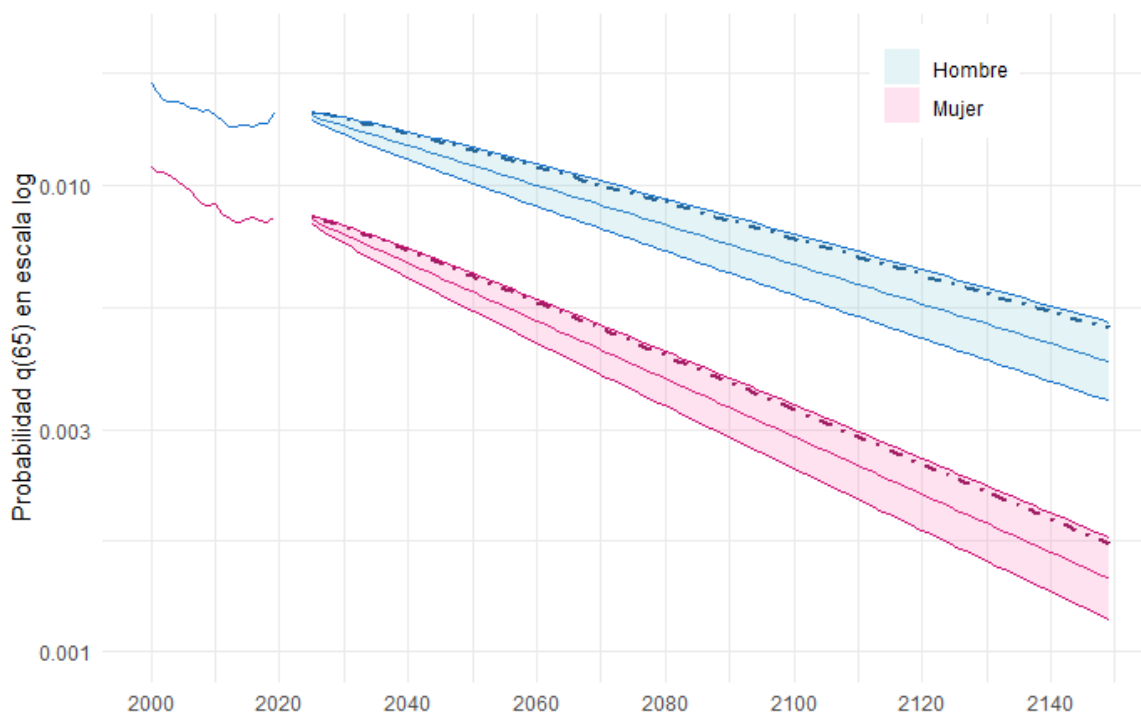
Este procedimiento basado en una distribución normal estándar para el cambio en el parámetro Δ_{kt} (la constante de deriva aleatoria) ofrece bastante flexibilidad. Si la SUGESE o la SUPEN requirieran un factor de estrés más fuerte o más débil, se puede seleccionar otro percentil de la distribución normal estándar. Por ejemplo, si se quisiera un factor de ajuste que aumente más la mortalidad, se puede tomar el percentil 97.5 (equivalente al límite superior) en lugar del percentil 95, lo cual equivaldría a un valor de $z_{0.975}=1.96$. Por el contrario, un factor de ajuste que tienda a una menor mortalidad podría basarse en el percentil 25, lo cual equivaldría a un valor de $z_{0.25}=-0.6745$.

Esta estrategia de ajuste por estrés tiene impactos acumulativos sobre la esperanza de vida de cada generación. Por ejemplo, la diferencia absoluta entre la esperanza de vida sin ajustar y la esperanza de vida ajustada a la edad 60 es menor para la generación nacida en 1980 (que tendría 65 años en 2045) que para la generación nacida en 1990 (que tendría 65 años en 2055). Esto sucede porque los modelos Box-Jenkins suponen que, cuanto más alejada sea la extrapolación del punto de arranque, mayor la incertidumbre.

Resultados

El gráfico 4 ilustra el resultado de la proyección de la probabilidad de muerte q_{65} , elegida arbitrariamente, con su correspondiente intervalo de 95% de confianza. La probabilidad de morir de los hombres de 65 años de edad en 2019 (período de arranque) fue de 14,3 por mil. La proyección al 2150 es que caerá a 4,15 por mil con un intervalo de 95% de confianza de 3,42 a 5,04 por mil. En las mujeres la caída proyectada es relativamente más pronunciada: de 8,6 por mil en 2010-2015 a 1,4 por mil en 2150, con un intervalo de 1,16 a 1,74 por mil. El gráfico 4 también muestra la tendencia de la q_{65} corregida por estrés. Dado que se escogió el percentil 90 de la distribución normal estándar, la curva estresada está muy cercana al límite superior de los intervalos de confianza.

Gráfico 4. Proyección al 2150 de la probabilidad de morir a la edad 65, por sexo

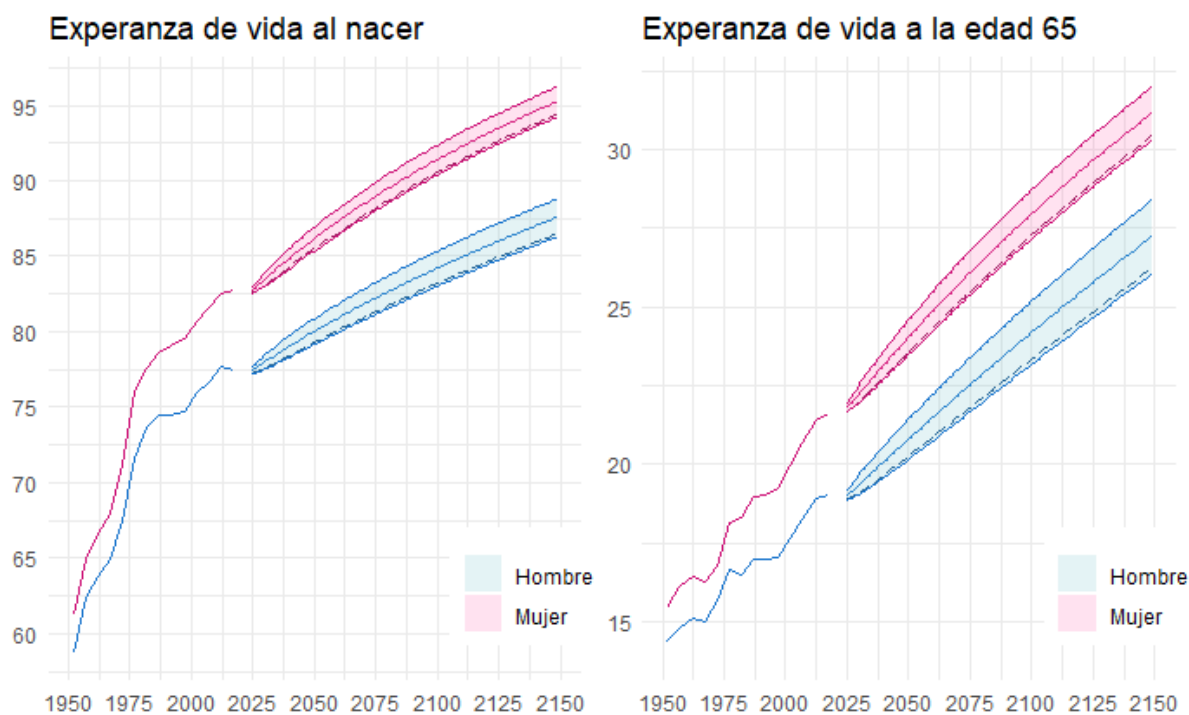


Nota: Líneas sólidas representan las estimaciones puntuales y sus intervalos de confianza. Las líneas punteadas representan la q_{65} corregida por estrés actuarial.

El gráfico 5 muestra la proyección de la esperanza de vida al nacimiento y la esperanza de vida a la edad 65, la cual es relevante para la toma de decisiones relacionadas con los sistemas de pensiones. Estas esperanzas de vida son de período, no de cohorte (como las tablas dinámicas solicitadas por la SUPEN y la SUGESE), pero dan una idea de cómo va a crecer este indicador de salud. El aumento en la esperanza de vida al nacimiento va a ser más pronunciado en las mujeres que entre los hombres, mientras que el de la esperanza de vida a la edad 65 va a ser muy similar entre los dos grupos. El crecimiento menos acelerado en la población masculina en el primer indicador está relacionado al estancamiento en la disminución de las tasas de mortalidad en las edades adultas jóvenes (entre 20 y 35 años), como se señaló en el otro informe (CCP, 2024). El gráfico también muestra las esperanzas de vida de período con las tasas estresadas.

Con las tasas centrales, se espera que en 2150 la esperanza de vida al nacimiento sea de 94,5 años para mujeres y 87,0 años para hombres; con las tasas estresadas, estas esperanzas de vida disminuyen en casi un año: 93,8 para mujeres y 86,1 para hombres. Las esperanzas de vida puntuales a la edad 65 son de 30,4 y 26,6, respectivamente, mientras que las estresadas con de 29,8 y 25,7, respectivamente.

Gráfico 5. Proyección al 2150 de la esperanza de vida al nacer y a la edad 65, por sexo



Nota: Líneas sólidas representan las estimaciones puntuales y sus intervalos de confianza. Las líneas punteadas representan la q_{65} corregida por estrés actuarial.

Las diferencias entre los indicadores demográficos puntuales y los corregidos por estrés son menores cuando se analizan las tablas dinámicas basadas en tablas por cohorte. En el Gráfico 6 se ilustran las probabilidades de muerte q_x para las personas nacidas en 1960 y que entonces llegarían a la edad 65 en 2025. Se grafican tres series de probabilidades de muerte: las viejas (estimadas en 2018), las nuevas (estimaciones puntuales) y las estresadas. En el gráfico no se aprecian las diferencias. Para aclarar mejor los cambios, el Gráfico 7 ilustra dos cocientes o razones que usan a las q_x “nuevas” (las puntuales) en el denominador: la razón de las probabilidades viejas entre las nuevas, y la razón entre las probabilidades estresadas entre las nuevas. Los puntos azules se refieren a la primera razón. Casi todos sus valores están por debajo del uno, lo que muestra que las estimaciones ofrecidas a la SUPEN y la SUGESE en 2018 eran más bajas, con valores entre 5% a 18% menores que las ofrecidas en esta nueva estimación. Esto se debe a la implementación del método Booth-Maindonald-Smith, que proyecta valores menores (excepto en las edades mayores a 100 años entre las mujeres). Por el contrario, las q_x estresadas son necesariamente más altas, con aumentos de alrededor de un 5%.

Gráfico 6. Probabilidades de muerte proyectadas para la cohorte de nacidos en 1960, por sexo. Comparación con la proyección previa (2018)

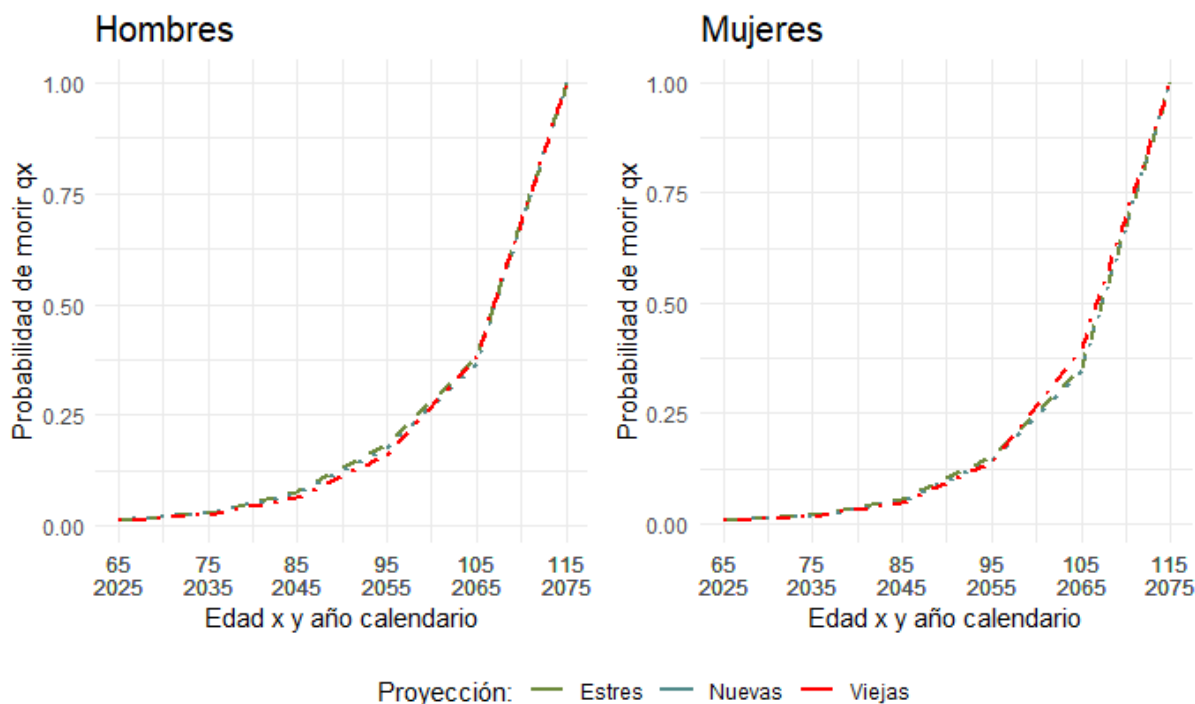
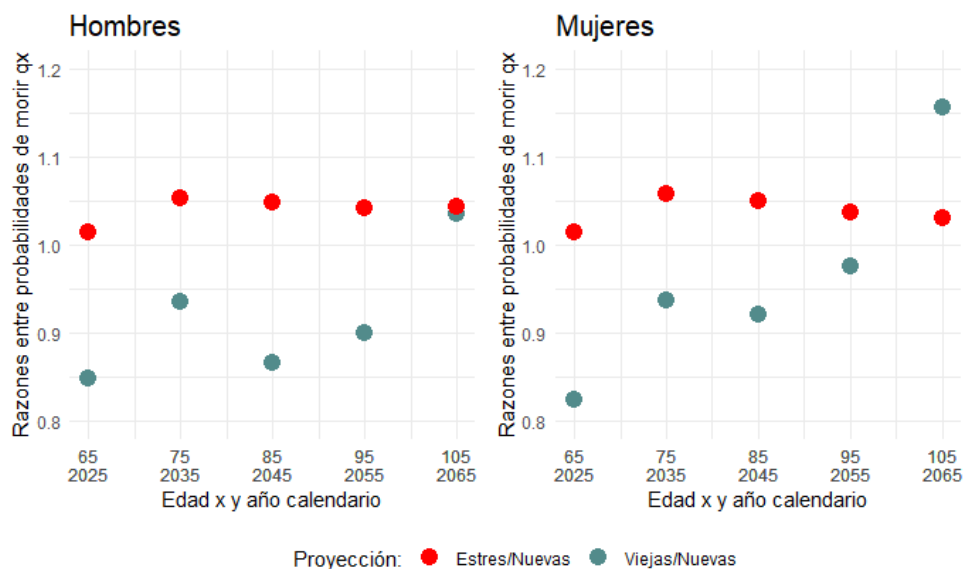


Gráfico 6. Razones entre las probabilidades de muerte previas y las probabilidades de muerte estresadas divididas por las probabilidades de muerte nuevas (centrales), para la cohorte de nacidos en 1960, por sexo. Comparación con la proyección previa (2018)



Estas diferencias se observan más claramente con números en el Cuadro 1. Para la cohorte de 1965, la diferencia en la esperanza de vida a la edad 65 entre la puntual y la estresada es de un poco menos de medio año para los hombres y para las mujeres. Para la cohorte nacida en 2005, estas diferencias en la esperanza de vida a la edad 65 rondan entre los 0,7 y los 0,8 años.

Cuadro 1. Indicadores seleccionados de las tablas de vida dinámicas puntuales y las estresadas, para las cohortes de nacidos en 1965 y de nacidos en 2005.

Cohortes y estimación	e_{65} hombres	e_{65} mujeres	q_{65} hombres	q_{65} mujeres
<i>Cohorte de 1965</i>				
Actual	20,26	23,53	0,0134	0,0079
Estrés	19,79	23,09	0,0139	0,0082
<i>Cohorte de 2005</i>				
Actual	23,15	26,99	0,0091	0,0044
Estrés	22,34	26,31	0,0100	0,0049

Conclusiones

En este informe, se volvieron a utilizar los métodos estadístico-demográficos de proyección que se venían utilizando en informes anteriores (CCP, 2018). Se incorporaron algunos refinamientos en la estimación para representar mejor las tendencias pasadas, en particular las propuestas de Booth, Maindonald y Smith (2002) para la estimación de los parámetros del modelo Lee-Carter. Esta decisión logra representar mejor los avances y retrocesos que se estaban dando en las tasas de mortalidad en Costa Rica antes de la pandemia por COVID-19.

Una adición muy importante en este informe es el cálculo de tablas de vida dinámicas corregidas o ajustadas por estrés. Se utilizó un método basado en inferencia estadística aprovechando que el modelo Lee-Carter permite generar estimaciones probabilísticas que miden la incertidumbre con intervalos de predicción. Se propuso entonces utilizar series de tasas de mortalidad que estuvieran contenidas dentro de esos intervalos de predicción. Se sugirió utilizar el percentil 95 de la distribución normal para ajustar las tasas; estas tasas están muy cercanas a los límites superiores de los intervalos de predicción, pues estos usan el percentil 97,5. Es posible ajustar en mayor o menor grado estas qx corregidas por estrés, usando diferentes percentiles de la distribución normal estándar.

Bibliografía

- Booth, H., Maindonald, J., & Smith, L. (2002). Applying Lee-Carter under conditions of variable mortality decline. *Population studies*, 56(3), 325-336.
- Booth, H., Tickle, L., & Smith, L. (2005). Evaluation of the variants of the Lee-Carter method of forecasting mortality: a multi-country comparison. *New Zealand Population Review*, 31(1), 13-34.
- Brüssow, H. (2021). What we can learn from the dynamics of the 1889 'Russian flu' pandemic for the future trajectory of COVID-19. *Microbial Biotechnology*, 14(6), 2244-2253.
- CCP (2018). "Producto C para SUPEN. Proyección de la mortalidad de Costa Rica 2015-2150." Centro Centroamericano de Población (CCP), Universidad de Costa Rica. Documento entregado a la SUPEN en 2018.
- CCP (2024). "Producto 2 para SUPEN y para SUGESE. Tablas de mortalidad de Costa Rica 2015-2019, 2020-2021 y 2022, y diferencias por causas de muerte." Centro Centroamericano de Población (CCP), Universidad de Costa Rica. Documento entregado a la SUPEN y a la SUGESE en 2024.
- García-Guerrero, V. M., & Ordorica-Mellado, M. (2012). "Proyección estocástica de la mortalidad mexicana por medio del método de Lee-Carter." *Estudios Demográficos y Urbanos* 27 (2):409-448.
- Holmberg, M. (2017). The ghost of pandemics past: revisiting two centuries of influenza in Sweden. *Medical humanities*, 43(3), 141-147.
- Hyndman R (2023). *_demography: Forecasting Mortality, Fertility, Migration and Population Data_*. R package version 2.0, <https://CRAN.R-project.org/package=demography>
- Hyndman, R.J., & Khandakar, Y. (2008). "Automatic time series forecasting: the forecast package for R." *Journal of Statistical Software*, *26*(3), 1-22. doi:10.18637/jss.v027.i03 <<https://doi.org/10.18637/jss.v027.i03>>.
- INEC (2024). *Estimaciones y proyecciones nacionales de población 1950 – 2100 : documento metodológico*. San José, C.R. : INEC. En: <https://admin.inec.cr/sites/default/files/2024-07/mepoblanceppnac%201950%20-%202100.pdf>. (Revisado 05/08/2024).
- Lee, R. & Carter, L. (1992). Modeling and Forecasting U.S. Mortality. *Journal of the American Statistical Association*, 87,419, 659-675.
- Lee, R. (2000). The Lee-Carter method for forecasting mortality, with various extensions and applications. *North American Actuarial Journal*, 4(1), 80-94.
- Lee, R., & Miller, T. (2001). Evaluating the performance of the Lee-Carter method for forecasting mortality. *Demography*, 38(4), 537-549.

Li, N., Lee, R., & Tuljapurkar, S. (2004). Using the Lee–Carter method to forecast mortality for populations with limited data. *International Statistical Review*, 72(1), 19-36.

Max Planck Institute for Demographic Research (Germany), University of California, Berkeley (USA), and French Institute for Demographic Studies (France) (2021) HMD. *Human Mortality Database*. Retrieved on January 24th, 2021. Available at www.mortality.org.

R Core Team (2023). *R: A Language and Environment for Statistical Computing*. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. <<https://www.R-project.org/>>.

GLOSARIO

- Bandas de confianza:** Conjunto de valores menores y mayores a la estimación promedio y que suponen que si la estimación es estimada una gran cantidad de veces con una muestra diferente cada vez con el mismo método, una proporción definida de esas estimaciones contendría el verdadero valor buscado en la población. Se le llama banda de confianza en lugar de intervalo de confianza porque la estimación se refiere a una secuencia de datos, en lugar de a un solo valor.
- Coefficiente:** Estimador de un modelo lineal que multiplica a los valores de cada variable independiente.
- Cohorte:** Conjunto de sujetos que comparte una característica. En el contexto de las tablas de vida, es el conjunto de costarricenses nacidos en el mismo año.
- Cohorte sintética:** Cohorte artificial creada a partir de supuestos de nacimientos y defunciones.
- Cohortes extintas:** Método demográfico con el que se reconstruye una cohorte en forma retrospectiva acumulando las defunciones de cada edad ocurridas en cada año.
- Descomposición de valores singulares:** Método matemático en el que una matriz de valores se expresa en términos de una matriz de vectores multiplicada por un vector de valores (escalares), y cada vector de la matriz es ortogonal (tiene correlación cero) con cada uno de los otros vectores de la matriz. Los valores singulares también son conocidos como valores propios, “eigenvalues”, o eigenvalores.
- Deviancia:** Indicador estadístico que surge de los datos y de la estructura de la distribución de probabilidad que se supone para los estimadores (función de verosimilitud).
- Distribución normal estándar:** Distribución de probabilidad de una variable que está en función de una media igual a cero y una variancia poblacional igual a uno, que es simétrica, que tiene un dominio que varía entre menos infinito y más infinito, y que tiene forma de campana.
- Esperanza de vida al nacimiento:** Edad promedio a la que moriría una persona que naciera en un año determinado si sus probabilidades de muerte a cada edad fueran iguales a las descritas en la tabla de vida.
- Factor de separación:** Proporción en el que el conjunto de eventos a una edad X ocurren en el mismo año.
- Margen de estrés actuarial:** Conocido también como “margen de seguridad”. Se refiere a un término que se suma (o multiplica) a una estimación específica de la tasa de mortalidad (o de la probabilidad de muerte) para analizar cómo cambiarían las estimaciones en su conjunto si estuvieran afectadas por cambios no planeados.
- Método Lee-Carter:** Método estadístico-demográfico para proyectar tasas de mortalidad con el supuesto de que hay una estructura de las tasas por edad y adicionalmente una tendencia general de la mortalidad en el tiempo ajustada con niveles diferentes por edad.

- Modelo Box-Jenkins:** Modelo estadístico lineal que representa una serie cronológica en tres estructuras: estructura de medias móviles, estructura que relaciona cada elemento con los elementos pasados (“autorregresiva”) y estructura de integración.
- Modelo lineal generalizado:** Modelo estadístico lineal en el que una variable (dependiente) está en función lineal de un conjunto de otras variables (independientes) y un componente aleatorio. El componente aleatorio puede provenir de un conjunto limitado de distribuciones de probabilidad.
- Parámetros:** Componentes de un modelo estadístico. Generalmente, estos componentes se refieren al modelo estadístico en una población (en lugar de en una muestra).
- Probabilidad de muerte q_x :** Probabilidad de que un sujeto a la edad exacta x muera antes de llegar a la edad $x+1$.
- Proyección:** Método estadístico y demográfico en el que se calculan las posibles magnitudes de un indicador en el futuro basado en los comportamientos del pasado.
- Proyección estocástica:** Método estadístico de proyección que incluye un término aleatorio para el pronóstico.
- Regresión Poisson:** Modelo estadístico lineal en el que se supone que la variable dependiente tiene una distribución de probabilidad condicional tipo Poisson, una distribución típica para valores discretos.
- Ruido blanco:** Variaciones aleatorias en una serie secuencial de datos.
- Series cronológicas:** Secuencia de datos en el tiempo según momento de ocurrencia. Los métodos estadísticos para series cronológicas toman en cuenta las propiedades estadísticas de estas series para estimaciones de parámetros y pronósticos.

Anexo 1. Parámetro b_x del modelo Lee-Carter para Costa Rica 1950-2010

Edad	Hombres	Mujeres	Edad	Hombres	Mujeres	Edad	Hombres	Mujeres
0	0.031000	0.019910	45	0.005479	0.007725	90	0.005372	0.004653
1	0.031695	0.023927	46	0.005905	0.007836	91	0.005052	0.004343
2	0.034426	0.025843	47	0.006276	0.007965	92	0.004751	0.004053
3	0.036073	0.026776	48	0.006545	0.008232	93	0.004468	0.003783
4	0.036345	0.026231	49	0.006767	0.008577	94	0.004202	0.003530
5	0.035004	0.024017	50	0.006997	0.008864	95	0.003952	0.003295
6	0.034392	0.022934	51	0.007299	0.009162	96	0.003716	0.003075
7	0.031533	0.021581	52	0.007596	0.009399	97	0.003495	0.002870
8	0.028513	0.019674	53	0.007939	0.009359	98	0.003287	0.002678
9	0.027610	0.018708	54	0.008249	0.009237	99	0.003091	0.002500
10	0.026594	0.017173	55	0.008338	0.009080	100	0.002907	0.002333
11	0.025492	0.015181	56	0.008335	0.008861	101	0.002734	0.002177
12	0.023751	0.013435	57	0.008364	0.008733	102	0.002571	0.002032
13	0.020251	0.011838	58	0.008399	0.008742	103	0.002418	0.001896
14	0.015742	0.010097	59	0.008389	0.008810	104	0.002274	0.001770
15	0.010595	0.008940	60	0.008522	0.008924	105	0.002138	0.001652
16	0.005493	0.008017	61	0.008838	0.009031	106	0.002011	0.001542
17	0.001990	0.007253	62	0.009213	0.009129	107	0.001891	0.001439
18	-0.001463	0.006743	63	0.009551	0.009211	108	0.001778	0.001343
19	-0.004205	0.006261	64	0.009731	0.009223	109	0.001672	0.001253
20	-0.004802	0.005866	65	0.009876	0.009228	110	0.001573	0.001170
21	-0.004309	0.005742	66	0.010007	0.009228	111	0.001479	0.001092
22	-0.004250	0.005732	67	0.010250	0.009291	112	0.001391	0.001019
23	-0.004031	0.005788	68	0.010598	0.009437	113	0.001308	0.000951
24	-0.003334	0.005964	69	0.010870	0.009584	114	0.001230	0.000887
25	-0.002974	0.006135	70	0.011151	0.009792			
26	-0.002706	0.006276	71	0.011446	0.010045			
27	-0.002631	0.006398	72	0.011572	0.010222			
28	-0.002596	0.006644	73	0.011430	0.010347			
29	-0.002483	0.006874	74	0.011106	0.010405			
30	-0.002209	0.006910	75	0.010771	0.010336			
31	-0.001667	0.006933	76	0.010574	0.010238			
32	-0.001082	0.006925	77	0.010344	0.010047			
33	-0.000319	0.006796	78	0.010171	0.009730			
34	0.000538	0.006583	79	0.010003	0.009372			
35	0.001425	0.006491	80	0.009666	0.008950			
36	0.002272	0.006724	81	0.009256	0.008464			
37	0.003114	0.007107	82	0.008869	0.007997			
38	0.003822	0.007415	83	0.008379	0.007533			
39	0.004149	0.007631	84	0.007766	0.007041			
40	0.004255	0.007794	85	0.007303	0.006571			
41	0.004357	0.007914	86	0.006868	0.006133			
42	0.004607	0.007944	87	0.006459	0.005724			
43	0.004925	0.007834	88	0.006074	0.005342			
44	0.005183	0.007694	89	0.005712	0.004986			

Anexo 2. Parámetro k_t del modelo Lee-Carter para mujeres, Costa Rica 1977-2150

Año	Históricos	Año	Estimados	Año	Estimados	Año	Estimados
1977	36.347	2025	-29.422	2075	-106.695	2125	-184.074
1978	33.783	2026	-30.863	2076	-108.242	2126	-185.622
1979	31.088	2027	-32.410	2077	-109.790	2127	-187.169
1980	28.171	2028	-33.958	2078	-111.337	2128	-188.717
1981	25.089	2029	-35.505	2079	-112.885	2129	-190.264
1982	21.822	2030	-37.053	2080	-114.432	2130	-191.812
1983	20.206	2031	-38.601	2081	-115.980	2131	-193.360
1984	18.533	2032	-40.148	2082	-117.528	2132	-194.907
1985	16.798	2033	-41.696	2083	-119.075	2133	-196.455
1986	15.028	2034	-43.243	2084	-120.623	2134	-198.002
1987	13.210	2035	-44.791	2085	-122.170	2135	-199.550
1988	12.362	2036	-46.339	2086	-123.718	2136	-201.098
1989	11.492	2037	-47.886	2087	-125.266	2137	-202.645
1990	10.618	2038	-49.434	2088	-126.813	2138	-204.193
1991	9.763	2039	-50.981	2089	-128.361	2139	-205.740
1992	8.889	2040	-52.529	2090	-129.908	2140	-207.288
1993	7.964	2041	-54.076	2091	-131.456	2141	-208.836
1994	7.052	2042	-55.624	2092	-133.004	2142	-210.383
1995	6.077	2043	-57.172	2093	-134.551	2143	-211.931
1996	5.178	2044	-58.719	2094	-136.099	2144	-213.478
1997	4.212	2045	-60.267	2095	-137.646	2145	-215.026
1998	2.493	2046	-61.814	2096	-139.194	2146	-216.573
1999	0.676	2047	-63.362	2097	-140.742	2147	-218.121
2000	-1.226	2048	-64.910	2098	-142.289	2148	-219.669
2001	-1.646	2049	-66.457	2099	-143.837	2149	-221.216
2002	-2.319	2050	-68.005	2100	-145.384	2150	-222.764
2003	-6.105	2051	-69.552	2101	-146.932		
2004	-8.127	2052	-71.100	2102	-148.479		
2005	-11.914	2053	-72.648	2103	-150.027		
2006	-14.867	2054	-74.195	2104	-151.575		
2007	-16.336	2055	-75.743	2105	-153.122		
2008	-18.076	2056	-77.290	2106	-154.670		
2009	-18.562	2057	-78.838	2107	-156.217		
2010	-20.322	2058	-80.386	2108	-157.765		
2011	-21.629	2059	-81.933	2109	-159.313		
2012	-24.284	2060	-83.481	2110	-160.860		
2013	-24.708	2061	-85.028	2111	-162.408		

2014	-27.818	2062	-86.576	2112	-163.955
2015	-26.696	2063	-88.123	2113	-165.503
2016	-26.289	2064	-89.671	2114	-167.051
2017	-24.896	2065	-91.219	2115	-168.598
2018	-26.231	2066	-92.766	2116	-170.146
2019	-27.378	2067	-94.314	2117	-171.693
		2068	-95.861	2118	-173.241
		2069	-97.409	2119	-174.789
		2070	-98.957	2120	-176.336
		2071	-100.504	2121	-177.884
		2072	-102.052	2122	-179.431
		2073	-103.599	2123	-180.979
		2074	-105.147	2124	-182.526

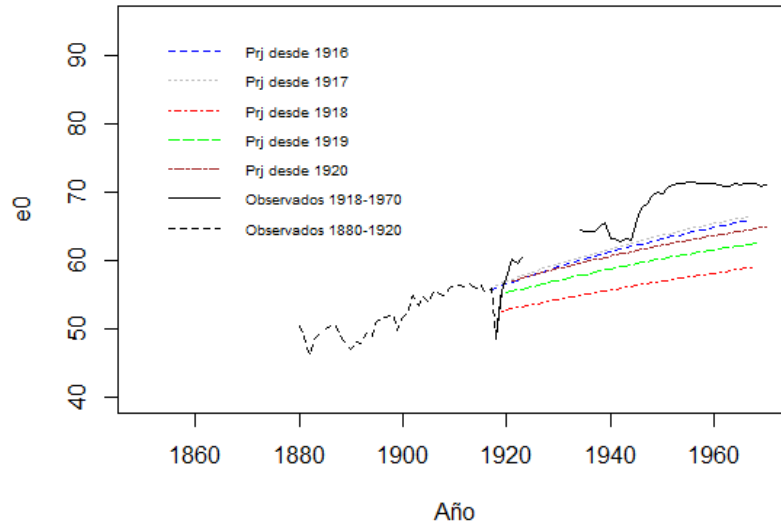
Anexo 3. Parámetro k_t del modelo Lee-Carter para hombres Costa Rica 1977-2150

Año	Históricos	Año	Estimados	Año	Estimados	Año	Estimados
1979	23.357	2025	-17.337	2075	-66.965	2125	-116.592
1980	21.109	2026	-18.330	2076	-67.957	2126	-117.584
1981	18.718	2027	-19.322	2077	-68.950	2127	-118.577
1982	16.173	2028	-20.315	2078	-69.942	2128	-119.570
1983	15.160	2029	-21.307	2079	-70.935	2129	-120.562
1984	14.124	2030	-22.300	2080	-71.927	2130	-121.555
1985	13.072	2031	-23.293	2081	-72.920	2131	-122.547
1986	11.963	2032	-24.285	2082	-73.912	2132	-123.540
1987	10.807	2033	-25.278	2083	-74.905	2133	-124.532
1988	9.970	2034	-26.270	2084	-75.897	2134	-125.525
1989	9.126	2035	-27.263	2085	-76.890	2135	-126.517
1990	8.272	2036	-28.255	2086	-77.883	2136	-127.510
1991	7.431	2037	-29.248	2087	-78.875	2137	-128.502
1992	6.594	2038	-30.240	2088	-79.868	2138	-129.495
1993	6.152	2039	-31.233	2089	-80.860	2139	-130.488
1994	5.720	2040	-32.225	2090	-81.853	2140	-131.480
1995	5.257	2041	-33.218	2091	-82.845	2141	-132.473
1996	4.835	2042	-34.211	2092	-83.838	2142	-133.465
1997	4.375	2043	-35.203	2093	-84.830	2143	-134.458
1998	3.099	2044	-36.196	2094	-85.823	2144	-135.450

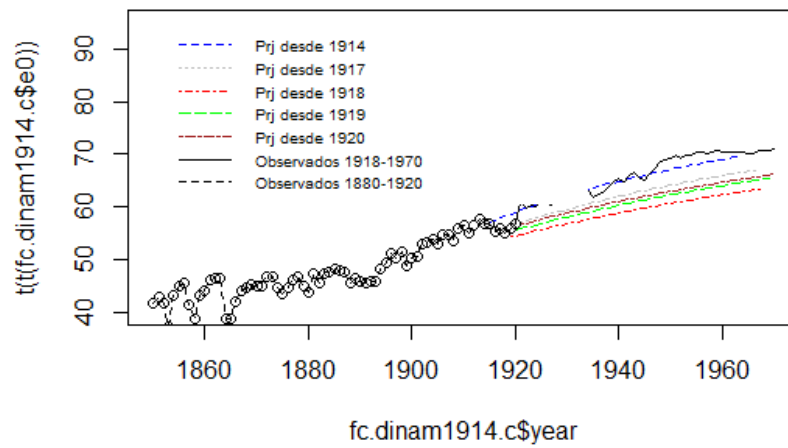
1999	1.719	2045	-37.188	2095	-86.816	2145	-136.443
2000	0.284	2046	-38.181	2096	-87.808	2146	-137.435
2001	-1.062	2047	-39.173	2097	-88.801	2147	-138.428
2002	-2.226	2048	-40.166	2098	-89.793	2148	-139.420
2003	-4.645	2049	-41.158	2099	-90.786	2149	-140.413
2004	-5.820	2050	-42.151	2100	-91.778	2150	-141.406
2005	-6.495	2051	-43.143	2101	-92.771		
2006	-7.266	2052	-44.136	2102	-93.763		
2007	-8.388	2053	-45.129	2103	-94.756		
2008	-10.411	2054	-46.121	2104	-95.748		
2009	-10.615	2055	-47.114	2105	-96.741		
2010	-11.868	2056	-48.106	2106	-97.734		
2011	-13.423	2057	-49.099	2107	-98.726		
2012	-16.052	2058	-50.091	2108	-99.719		
2013	-16.654	2059	-51.084	2109	-100.711		
2014	-17.528	2060	-52.076	2110	-101.704		
2015	-16.861	2061	-53.069	2111	-102.696		
2016	-17.638	2062	-54.061	2112	-103.689		
2017	-17.188	2063	-55.054	2113	-104.681		
2018	-18.640	2064	-56.047	2114	-105.674		
2019	-16.345	2065	-57.039	2115	-106.666		
		2066	-58.032	2116	-107.659		
		2067	-59.024	2117	-108.652		
		2068	-60.017	2118	-109.644		
		2069	-61.009	2119	-110.637		
		2070	-62.002	2120	-111.629		
		2071	-62.994	2121	-112.622		
		2072	-63.987	2122	-113.614		
		2073	-64.979	2123	-114.607		
		2074	-65.972	2124	-115.599		

Anexo 4. Gráficos de proyecciones de la esperanza de vida al nacer históricas en 4 países europeos que experimentaron epidemias.

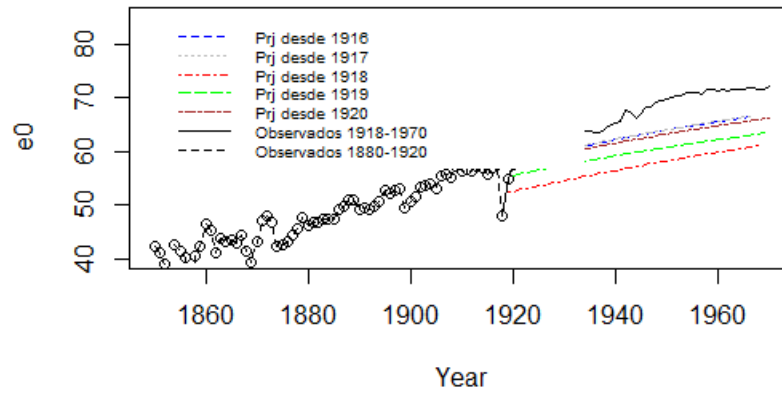
Noruega Masc: Gripe Esp



Dinamarca masc: Gripe Esp



Suecia masc: Gripe Esp.



Suiza masc: Gripe Esp.

